Umwandlung von Kernflusssilos für Kraftfutter in Massenflusssilos

Optimieren von Einbauten mit Hilfe der Finiten Element Methode

Thomas Schuricht und **Christian Fürll**
Abteilung Technik in der Aufbereitung, Lagerung und Konservierung, Institut für Agrartechnik, Potsdam-Bornim

Um Verderb in Kraftfuttersilos zu verhindern, muss das Ausfließen im Massenfluss konzipiert werden. In ursprünglichen Kernflusssilos ist Massenfluss durch das nachträgliche Installieren von Einbautrichtern zu erzielen. Für das Optimieren dieser Einbautrichter wurde die Methode der Finiten Elemente (FEM) benutzt. Für die Berechnungen wurde ein Programm benutzt, das in seiner Ausgangsversion die konstitutiven Gleichungen eines ideal-plastischen Materialgesetzes enthält. Mit der implementierten Erweiterung um ein neues Materialgesetz werden die kompressiblen Eigenschaften dieses Schüttguts berücksichtigt. Das Validieren der Ergebnisse erfolgte durch Versuche an einer Großsiloanlage.

Schlüsselwörter
Kraftfuttersilo, Massenflusssilo, Trichter im Trichter

Einführung

In Deutschland werden etwa 2/3 des gesamten Getreides als Futtergetreide verwendet. Davon wiederum bleiben etwa 2/3 im Landwirtschaftsbetrieb, werden dort gelagert und dann entsprechend dem Bedarf zu Konzentratfutter aufbereitet. Nach dem Mahlen und Mischen erfolgt vor dem Verfüttern die Lagerung in Silos. Diese Trockenmischfuttersilos haben in Anlagen der Tierhaltung verfahrenstechnisch vor allem die Aufgabe, zwischen diskontinuierlicher Anlieferung und kontinuierlichem Verbrauch auszugleichen. In vielen Fällen müssen bei der Entnahme auch Dosieraufgaben bei Einhaltung zulässiger Fehler übernommen werden. Von der Funktion her wird besonders in größeren Anlagen mit automatisiertem Betrieb störungsfreie Entnahme gefordert.

Bei der Lagerung von Konzentratfutter in Silos muss die Entleerung streng nach dem Prinzip „first in – first out“ erfolgen. Auf jeden Fall ist die Bildung von Pilzen und Hefen sowie Toxinen oder gar Verderb des Futters zu vermeiden. Die Verweilzeiten der einzelnen Gutzonen im Silo müssen deshalb nahezu gleich sein. Toxine sind Lebensmittelgifte und gefährden nicht nur die Tiergesundheit, sondern beeinflussen in hohem Maß die Qualität von Milch und Fleisch.

Aus der Sicht der Tierernährung darf die Entmischung wertbestimmender Inhaltsstoffe bestimmte Grenzen nicht überschreiten. Schließlich sind beim Befüllen von Silos die gesetzlichen Bestimmungen der Luftreinhaltung einzuhalten.

Grundsätze der fließtechnische Dimensionierung

Die optimale fließtechnische Dimensionierung von Trockenmischfuttersilos erfordert die Bestimmung der physikalischen Eigenschaften. Mit Hilfe von Translations- oder Ringschergeräten werden die Fließorte eines Gutes und die Wandfließorte ermittelt. Die Fließorte geben den Zusammenhang zwischen der Scherspannung τ und der Normalspannung σ im Fließzustand an. Bei höheren Gutdichten erhält man bei gleichen Normalspannungen höhere Scherspannungen. Für die Berechnung der Auslaufabmessungen ist die Abhängigkeit der einaxialen Druckfestigkeit von der Hauptnormalspannung σ_1 maßgebend.

Wird bei den Schergeräten eine Paarung durch das Wandmaterial ersetzt, ist die Bestimmung des Wandfließortes möglich. Dieser drückt den Zusammenhang zwischen der Wandscherspannung τ_x und der Normalspannung σ aus. Der Anstieg dieser meist linearen Funktion ist der Wandreibungswinkel φ_x.

Mit Hilfe des Wandreibungswinkels φ_x und des effektiven Reibungswinkels φ_e, der sich aus dem Anstieg der Verbindungsgeraden aller Fließortendpunkte und dem Ursprung ergibt, wird der Neigungswinkel Θ der Trichterwände zur Vertikalen bestimmt [1] (**Bild 1**).

Für Massenfluss ergeben sich in der Regel sehr steile Wände mit $\Theta \leq 20°$. Neben diesem Nachteil haben Massenflusssilos jedoch die beiden großen Vorteile, dass der Geschwindigkeitsgradient des Füllgutes bei der Entnahme über dem Querschnitt klein und dadurch das Prinzip "first in-first out" gesichert ist, und dass die Neigung zur Brückenbildung gering ist. Deshalb sind die Entmischungskennwerte auch meist kleiner als bei Kernflusssilos. In Kernflusssilos wird das zuletzt eingelagerte Gut zuerst entnommen (**Bild 2**).

Werden Silos befüllt, bevor sie vollständig leer sind, bleiben immer die gleichen Gutzonen im Silo. Dies und das Anhaften von Gutresten an der Siloinnenwand führen zum Verderb bzw. zur Bildung von Pilzen und Toxinen. Besonders im Bereich "Toter Zonen", die sich während der größten Zeit des Entleerens nicht bewegen, kommt es zu Anhaftungen an der Siloinnenwand. Dieser Vorgang wird durch Kondenswasserbildung begünstigt.

Massenflusssilos erfordern meist sehr geringe Trichterneigungswinkel zur Vertikalen. Damit erhält man sehr hohe Trichter und Stützen, die für die festigkeitsgerechte Dimensionierung ungüns-

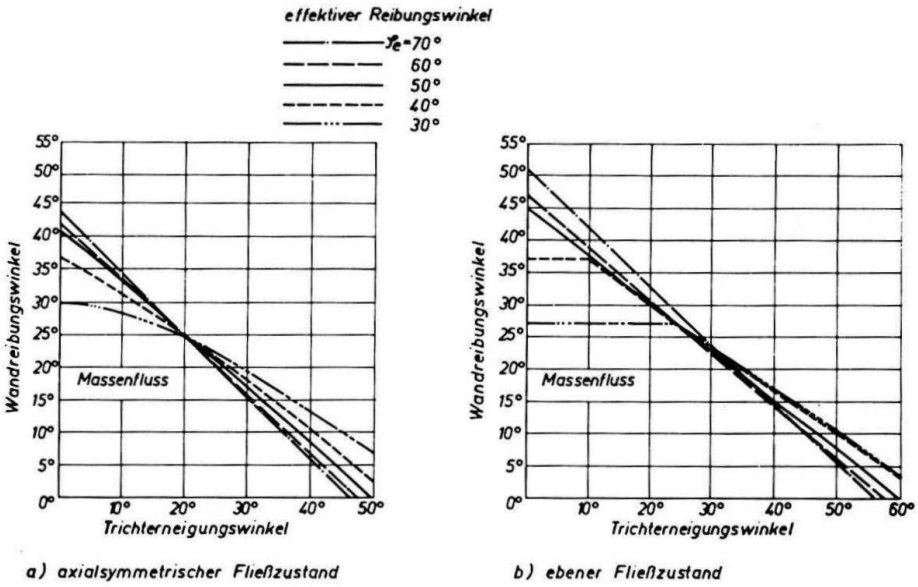


Bild 1: Auslegungsdiagramme für Massenfluss- und Kernflusssilos [1]

tige Lastfälle darstellen. Deshalb sind Massenfluss-Silokonstruktionen immer teuer. Aus diesem Grund gab und gibt es vielfältige Bemühungen, mit Hilfe von Einbauten in Kernfluss-Silotrichtern Massenfluss zu erzeugen. Kernflusssilos haben größere Trichterwinkel zur Vertikalen und damit geringere Trichter- und Stützenhöhen.

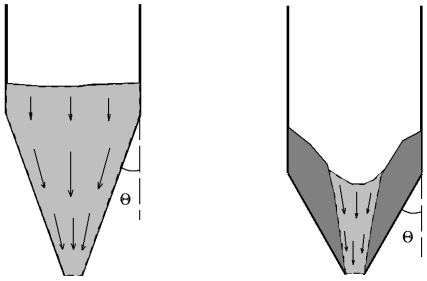


Bild 2: Massenfluss (links) und Kernfluss (rechts) bei der Entnahme von Kraftfutter aus Silos

Untersuchungen an einer Großsiloanlage ergaben, dass durch das optimale Installieren von starren koaxialen Einbauten, d.h. Kegel mit der Spitze nach oben, in Kernflusssilos Massenfluss entsteht [2]. Nachteilig ist allerdings die relative Empfindlichkeit für asymmetrisches Fließen, wenn z. B. mit der Spitze nach oben gerichtete Kegel nicht genau zentrisch eingebaut sind oder wenn die Fließeigenschaften des Gutes durch Entmischung während des Füllens nicht symmetrisch zur Siloachse verteilt sind. Das "cone in cone"-Konzept eröffnet ebenfalls die Möglichkeit für das Erzeugen von Massenfluss in ursprünglichen Kernflusssilos (**Bild 3**) [3].

Die Optimierung der Geometrie und Anordnung von Trichtereinbauten in Siloausläufen kann durch Anwendung der Finiten Elemente Methode (FEM) geschehen. Darüber wird nachfolgend berichtet.

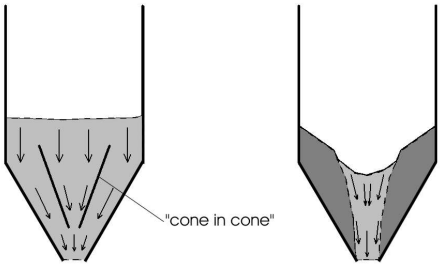


Bild 3: Erzeugen von Massenfluss mit Hilfe des "cone in cone"-Konzeptes (links) in ursprünglichen Kernflusssilos (rechts)

Theoretische Untersuchungen

Das für die Berechnungen verwendete FEM-Programm „Silo-Flow-Programm-System“ von Karlsson [4] und Klisinski [5] gewährleistet in der Ausgangsversion aufgrund des einfachen Aufbaus eines idealplastischen Materialmodells mit wenigen Materialparametern numerisch stabile Simulationen für den Entnahmeprozess eines Silos (**Tabelle 1**).

Silo-Flow-Program-System

Die Bewegungsgleichungen für die Analysen sind in EULERschen Koordinaten definiert (Gl. 1):

$$\rho \dot{u}_i + \rho u_j u_{i,j} = \sigma_{ji,j} + f_i \qquad (1)$$

mit dem Geschwindigkeitsfeld u_i , der konstanten Dichte ρ, dem CAUCHY-Spannungstensor σ_{ij} und dem Lastvektor f_i. Das Materialmodell von MOHR-COULOMB [6] erzeugt die idealplastische Fließbedingung im Hauptspannungsraum (Gl. 2):

$$F(\sigma_{ij}) = m\,p + g(\theta)q - C = 0 \qquad (2)$$

mit der hydrostatischen Spannung p , der Norm q des Spannungsdeviators, den Konstanten für die innere Reibung m und der Kohäsion C. Der Winkel θ definiert die Schnittebene für die Meridianfunktion $g(\theta)$ in der p-q-Ebene. Durch Minimieren der Materialparameter existierten nur lineare p-q-Funktionen.

Die Finite-Elemente-Formulierung des verwendeten Programms von Klisinski [5] entwickelt sich aus der Anwendung der Methode des gewichteten Residuums auf die Feldgleichung. Die FEM-Systemgleichungen resultieren aus den Variationsgleichungen mit isoparametrischen Ansatzfunktionen für 3-Knoten und 6-Knoten-Dreieckselemente und gelten für den ebenen und axialsymmetrischen Fall (Gl. 3):

$$(M_i)_{mn}(\dot{a}_i)_n + (f_{Ci})_n + (f_{Si})_n = \\ = (f_{Vi})_n + (f_{Bi})_n \qquad (3)$$

In (3) bedeuten: $(M_i)_{mn}$ die Massenmatrix, $(f_{ci})_n$ der konvektive Lastvektor, $(f_{si})_n$ der Initiallastvektor, $(f_{vi})_n$ die Volumenlast und $(f_{bi})_n$ der Randlastvektor des i-ten Elements.

Tabelle 1: Eigenschaften des Silo-Flow-Program-Systems in der Ausgangsversion

Eigenschaften	**Definition**
Dimension	Eben und axialsymmetrisch
Koordinaten	EULER-Koordinaten als Fluiddefinition
Fließbedingungen in der Ausgangsversion von SFPS	MOHR-COULOMB, DRUCKER-PRAGER, WILLAM-WARNKE - alle idealplastisch
Zusätzliches Fluid-Materialmodell	NEWTON (optionale Berechnung als reines Fluid)
Materialparameter: - elastische - viskoplastische	Konstante Dichte ρ , innere Reibung m - Kompressionsmodul K, Schubmodul G, - Kompressionsviskosität κ, Scherviskosität μ

Im Lösungsablauf fungiert als expliziter Zeitintegrationsoperator der zentrale Differenzenoperator [7], [8]. Ein automatischer und adaptiver Zeitschrittalgorithmus kontrolliert die geschwindigkeitsabhängigen Schüttguteigenschaften und die Ausgabe der Partikel-Tracing-Werte, d.h. der Stromlinien für bestimmte Partikel [5]. Die iterative Lösung des Gleichungssystems erfolgt mit dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren [9]. Über Steuerparameter wird optional Einfluss auf den Lösungsablauf genommen [10].

Die Vorgabe von Werten für die Entnahmegeschwindigkeit am Siloauslauf geschieht indirekt über eine Druckrandbedingung.

Für die Wechselwirkung zwischen dem Schüttgut und der starren Wand des Kontrollvolumens der Modellierung in EULERschen Koordinaten gilt ein nichtlineares Wandreibungsgesetz [11], [12], [13].

Elemente für den ebenen Spannungszustand

Die Element-Matrizen für den ebenen Fließzustand im Schüttgut basieren auf Formfunktionen für Dreieckselemente mit einem linearen und quadratischen Ansatz. Für den linearen Ansatz eines 3-Knoten-Elements bestehen im Einheitsdreieck mit den Formfunktionen (Gl. 4)

$$\begin{aligned} N_1(\xi,\eta) &= 1-\xi-\eta = \zeta_1 \\ N_2(\xi,\eta) &= \xi = \zeta_2 \\ N_3(\xi,\eta) &= \eta = \zeta_3 \end{aligned} \tag{4}$$

einfache Relationen zwischen den natürlichen Koordinaten ζ_i und den kartesischen Koordinaten ξ, η im Bereich $0 \le \xi \le 1$ und $0 \le \eta \le 1$ (**Bild 4**).

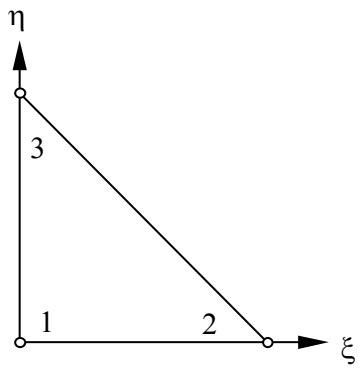


Bild 4: Lokale Knoten-Nummerierung im 3-Knoten-Element [4]

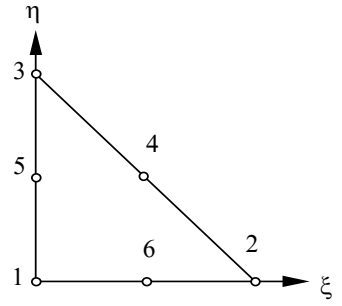
Die Elementmatrizen sind auf Basis der Formfunktionen (4) in natürlichen Koordinaten definiert. Für eine direkte Berechnung ist die Integration über ein Dreieckelement in allgemeiner Lage auf eine Integration hinsichtlich der Dreieckskoordinaten zurückgeführt. Dies bedeutet für ein beliebiges Flächenelement *dx dy* das Ersetzen von kartesischen durch natürliche Koordinaten (Gl. 5):

$$\begin{aligned} dx\,dy &= \begin{vmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_3 \\ y_1 - y_3 & y_2 - y_3 \end{vmatrix} d\zeta_1\, d\zeta_2 = \\ &= 2F\, d\zeta_1\, d\zeta_2 = J\, d\zeta_1\, d\zeta_2 \end{aligned} \tag{5}$$

In (4) ist zu berücksichtigen, dass nur zwei der natürlichen Koordinaten unabhängig sind [14]. Durch die Definition der Formfunktionen N_k in natürlichen Koordinaten wird das Integral mit Hilfe der allgemeinen Formel ausgewertet (Gl. 6):

$$\begin{aligned} &\iint_T \zeta_1^p \zeta_2^q \zeta_3^r\, d\zeta_1 d\zeta_2 = \\ &= \frac{p!q!r!}{(p+q+r+2)!} \end{aligned} \tag{6}$$

Das Integral (6) erstreckt sich über das Einheitsgebiet *T* und ist damit von der Geometrie unabhängig und nur vom gewählten Ansatz der Formfunktion abhängig. Die direkt berechneten und numerisch integrierten Elementmatrizen und Vektoren mit quadratischen Formfunktionen (**Bild 5**) sind ausführlich in der Dissertation Schuricht [15] dargestellt.



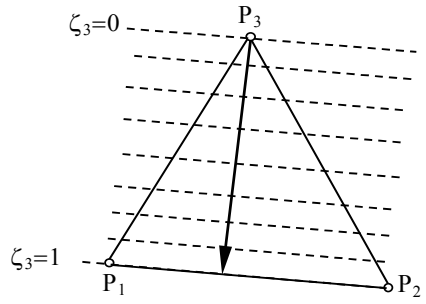


Bild 5: 6-Knoten-Element [4] und natürliche Koordinate ζ_3 [14]

Für die Formfunktionen eines 6-Knoten-Elements mit quadratischem Ansatz [14] folgen für das Einheitsdreieck die Beziehungen in Gleichung (7).

Elemente für den axialsymmetrischen Fließzustand

Die Element-Matrizen für den axialsymmetrischen Fließzustand (**Bild 6**) im Schüttgut basieren ebenfalls auf Formfunktionen für Dreieckselemente mit einem linearem und quadratischem Ansatz. Die Notation ist größtenteils wie bisher, da wiederum ein zweidimensionaler Sachverhalt vorliegt.

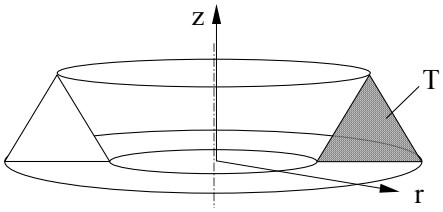


Bild 6: Axialsymmetrisches Element [4]

Für den axialsymmetrischen Spannungszustand bestehen die Besonderheiten in der Definition der Koordinatenrichtungen durch den Radius *r* und die Höhe *z*. Die Radial- und Vertikalgeschwindigkeiten sind durch *u* bzw. *v* an einem Ort *P* bestimmt. Für die Koordinatenrichtungen r, z gelten die beiden nachfolgenden Gleichgewichtsbedingungen (Gl. 8):

$$\begin{aligned} N_1(\xi,\eta) &= 1-3\xi-3\eta+2\xi^2+4\xi\eta+2\eta^2 &&= (1-\xi-\eta)(1-2\xi-2\eta) &&= \zeta_1(2\zeta_1-1) \\ N_2(\xi,\eta) &= -\xi+2\xi^2 &&= \xi(2\xi-1) &&= \zeta_2(2\zeta_2-1) \\ N_3(\xi,\eta) &= -\eta+2\eta^2 &&= \eta(2\eta-1) &&= \zeta_3(2\zeta_3-1) \\ N_4(\xi,\eta) &= 4\xi\eta &&&&= 4\zeta_1\zeta_2 \\ N_5(\xi,\eta) &= 4\xi-4\xi\eta-4\xi^2 &&= 4\xi(1-\xi-\eta) &&= 4\zeta_2\zeta_3 \\ N_6(\xi,\eta) &= 4\eta-4\xi\eta-4\eta^2 &&= 4\eta(1-\xi-\eta) &&= 4\zeta_1\zeta_3 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\rho\dot{u}\left(u\frac{\partial u}{\partial r}+v\frac{\partial u}{\partial z}\right)=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\sigma_r r)+$$
$$+\frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z}-\frac{\sigma_t}{r}+f_R \qquad (8)$$
$$\rho\dot{v}\left(u\frac{\partial v}{\partial r}+v\frac{\partial v}{\partial z}\right)=\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}+$$
$$+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\tau_{rz} r)+f_Z$$

Die Integration der Residuenformulierung für die Gleichgewichtsbeziehungen erfordert für den axialsymmetrischen Fall eine Integration über das Volumenelement (Bild 6) (Gl.9):

$$\int_V f(r,z)dV=2\pi\int_T r\,f(r,z)dT \qquad (9)$$

Für den linearen Ansatz bestehen im Einheitsdreieck die bereits definierten Formfunktionen (Gl. 10):

$$N_1(\xi,\eta)=1-\xi-\eta=\zeta_1$$
$$N_2(\xi,\eta)=\xi=\zeta_2 \qquad (10)$$
$$N_3(\xi,\eta)=\eta=\zeta_3$$

als einfache Relation zwischen den natürlichen Koordinaten ζ_i und den kartesischen Koordinaten ξ , η im Bereich $0\le\xi\le1$ und $0\le\eta\le1$ (Bild 4). Die Elementmatrizen und Vektoren sind in [15] dargestellt. Für den quadratischen Ansatz bestehen im Einheitsdreieck mit den bereits definierten Formfunktionen (Gl. 11)

$$N_1(\xi,\eta)=\zeta_1(2\zeta_1-1)$$
$$N_2(\xi,\eta)=\zeta_2(2\zeta_2-1)$$
$$N_3(\xi,\eta)=\zeta_3(2\zeta_3-1)$$
$$N_4(\xi,\eta)=4\zeta_1\zeta_2 \qquad (11)$$
$$N_5(\xi,\eta)=4\zeta_2\zeta_3$$
$$N_6(\xi,\eta)=4\zeta_1\zeta_3$$

jetzt die gezeigten Relationen zwischen den natürlichen Koordinaten ζ_i und den kartesischen Koordinaten ξ, η im Bereich $0\le\xi\le1$ und $0\le\eta\le1$ (Bild 5)

Vereinfachtes Verfahren der Kontinuitätsgleichung

Das Erweitern des ideal-plastistischen Materialmodells um eine kompressible Komponente in Form einer Fließkappe verletzt die Gültigkeit eines volumenkonstanten Fließens nach Gleichung (4). In einer konventionellen Analyse zum Dichteverhalten besteht die Anforderung, eine zusätzliche Unbekannte $\rho(x,t)$ im Elementknoten für die globale und lokale Massenbilanz einzuführen [16]. Zum Eingrenzen der beträchtlichen Rechenzeiten erfolgte das Anwenden eines vereinfachten Verfahrens nach [16] zum Entkoppeln der Bewegungs- und Kontinuitätsgleichung. Mit dieser Vereinfachung verbindet sich die Annahme einer konstanten Dichte innerhalb eines Berechnungsschrittes und eines Elementes. Aufgrund der Konstanz von Volumen und Oberfläche in der Fluidberechnung folgt mit dem GAUßsche Integralsatz (Gl. 12):

$$\int_V\left[\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla^T(\rho\underline{u})\right]dV=$$
$$=\frac{\partial\rho}{\partial t}+\oint_S\left(\underline{u}\,\underline{n}^T\right)dS=0 \qquad (12)$$

Mit der Annahme eines Differenzenquotienten für $\partial\rho/\partial t\approx\left({}^{t+\Delta t}\rho-{}^{t}\rho\right)/\Delta t$ leitet sich die Bestimmungsgleichung für die Dichte ρ ab (Gl. 13):

$${}^{t+\Delta t}\rho=\frac{\rho}{1+\Delta t\left(\dfrac{\oint_S\left|{}^{t+\Delta t}\underline{u}\,\underline{n}^T\right|dS}{V}\right)} \qquad (13)$$

Dieses Verfahren wurde hier nur für den rotationssymmetrischen Fall aufgestellt. Randbedingungen für die Schüttgutoberfläche sind nicht berücksichtigt worden.

Bestimmen der Materialparameter

Eine wesentliche Voraussetzung zum korrekten Anwenden des Materialgesetzes nach DRUCKER-PRAGER und dessen Erweiterung um die Fließkappe ist die Kenntnis kalibrierter Materialparameter. Für eine ideal-plastische Modellierung genügt es, den Parameter der inneren Reibung α, dargestellt in der *p-q*-Spannungsebene als Funktion des Winkels der inneren Reibung φ problemlos mit Hilfe der JENIKE-Scherzelle zu bestimmen.

In diesen Untersuchungen wurden die Materialparameter aus Kompressions- und Scherversuchen, d.h. Elementversuchen mit einer Triaxialzelle bestimmt [15] (**Bild 7**).

Zu den Elementversuchen mit einer Triaxialzelle zählen hierbei der Zylinderdruckversuch, die hydrostatische Kompression und die konventionelle Triaxiale Kompression. Mit Hilfe der Zylinderdruckversuche ist es hierbei möglich, die elastischen Materialparameter zu kalibrieren. Die hydrostatische Kompression gestattet die Ermittlung der kompressiblen Eigenschaften des Materials unter Aufbringen eines allseitigen Drucks. Der konventionelle triaxiale Kompressionsversuch dient indessen zum Ermitteln der Gestaltänderung einer Materialprobe, wenn diese einer Axialbelastung für verschiedene konstante Werte des Seitendrucks σ_3 unterzogen wird.

Im Zusammenhang mit der Optimierung von Trichtereinbauten in Siloausläufen waren sehr umfangreiche Untersuchungen nötig, die hier nicht dargestellt werden können. Sie sind in [15] ausführlich beschrieben. Mit den Ergebnissen zum Ermitteln der elastischen und plastischen Parameter des Materialverhaltens kann nun die geschlossene Fließbedingung konstruiert werden.

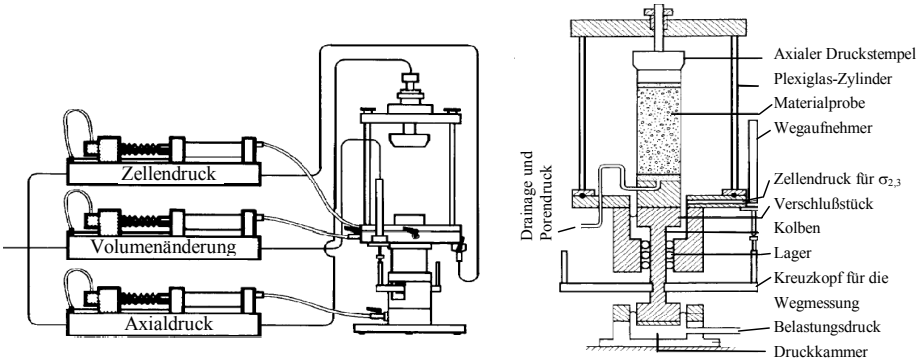


Bild 7: Schematischer Aufbau einer Triaxialzelle

Fließkappe

Unter der Annahme eines volumenkonstanten Fließens während des Abscherens auf der Fließfläche F_1 nach DRUCKER-PRAGER mit der zugehörigen aktuellen volumetrischen Plastizierung gilt, dass auf einem Spannungs-Dehnungspfad entlang einer Fließkappe F_2 diese plastische Volumendehnung konstant bleibt (**Bild 8**)

Die konstante plastische Volumendehnung ε_V^P wird in Bild 8 als Parameter benutzt. In Abhängigkeit vom aktuellen Spannungszustand und seinen Spannungskomponenten ist die zughörige mittlere Hauptspannung zu berechnen. Aus den hydrostatischen Kompressionsversuchen resultiert der Zusammenhang zwischen Plastizierung und zughöriger hydrostatischer Spannung. Entwickelt sich ein zunehmend hydrostatischer Spannungszustand, dient die Fließkappe zum Begrenzen des offenen Fließkegels und bedingt den Spannungsabbau im kompressiblen Schüttgut.

Den Zuwachs an volumetrischer Verdichtung bis zum Erreichen der maximalen Festigkeit beschreibt der Polynomansatz mit der hydrostatischen Spannung p_b^n in Abhängigkeit von der plastischen Volumendehnung $\varepsilon_{vol^{pl}}$ (Gl. 14):

$$p_b^n = a_0 + a_1 \cdot \varepsilon_{vol^{pl}} + a_2 \cdot \cdot \varepsilon_{vol^{pl}}^2 + a_3 \cdot \varepsilon_{vol^{pl}}^3 + a_4 \cdot \varepsilon_{vol^{pl}}^4 \qquad (14)$$

mit den Konstanten:

α_0 = 0.0
α_1 = 4.03E+02
α_2 = 5.00E+04
α_3 = -1.845E+06
α_4 = 2.4624E+07

Mit **Bild 9** zeigt sich abschließend die geschlossene Fließbedingung bei Annahme eines idealplastischen Fließkegels nach Drucker-Prager und einer elliptischen Fließkappe.

Der Fließkegel wurde durch Triaxialversuche und die Fließkappe mit Hilfe hydrostatischer Kompressionsversuche ermittelt.

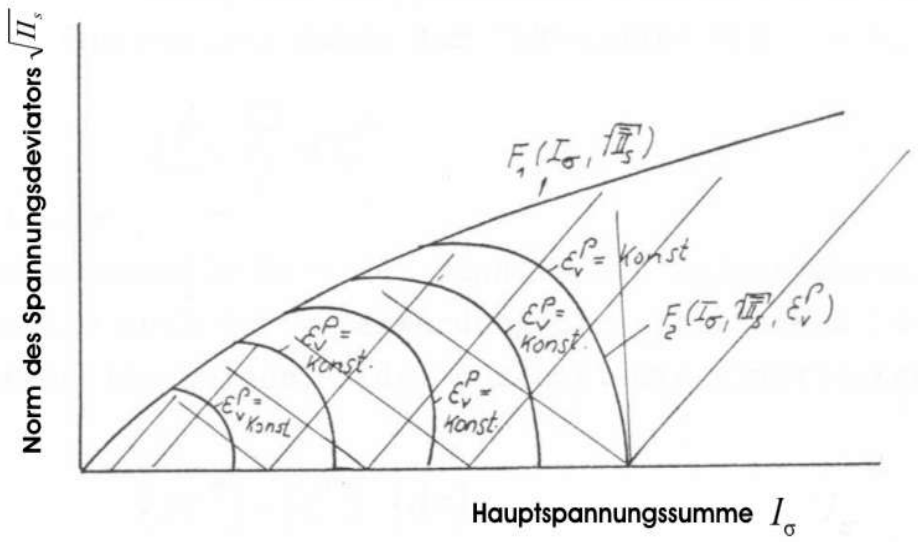


Bild 8: Geschlossene Fließbedingung im invarianten Spannungsraum [17]

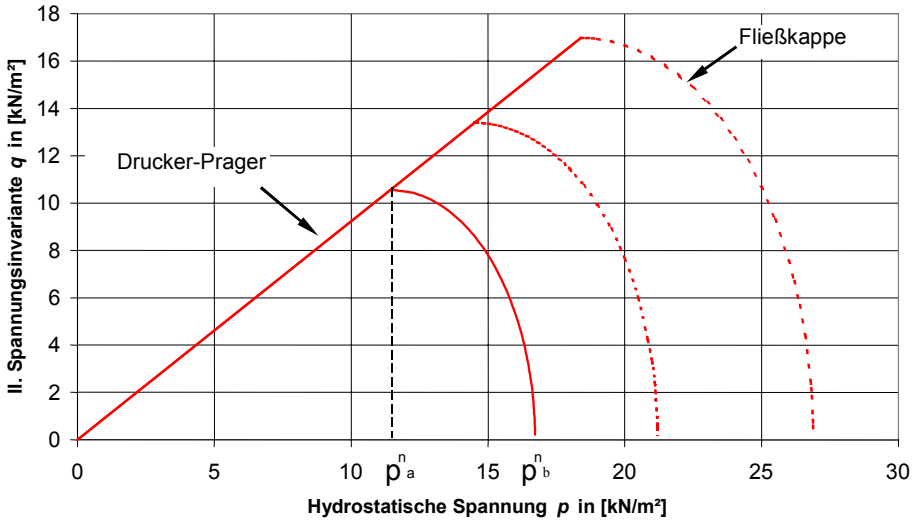


Bild 9: Geschlossene Fließbedingung mit Fließkappe

Vergleich der Ergebnisse aus numerischen Berechnungen mit Experimenten

Die experimentellen Untersuchungen wurden an der Großsiloanlage [18] des Institut für Agrartechnik Bornim durchgeführt. Der Versuchssilo hat eine Höhe von 8 m und einen Durchmesser von 2,4 m. Die Trichterhöhe beträgt 1,86 m und der Auslaufdurchmesser 250 mm. Aufgrund des Trichterwinkels zur Vertikalen von 30° und den entsprechenden Wandreibungswinkeln für Getreideschrot erfolgt das Ausfließen ohne Einbauten im Kernfluss. Um Massenfluss zu erzielen, wurden verschiedene Einbautrichter nach dem „cone in cone – concept“ mit verschiedenen Geometrien untersucht (**Bild 10**).

Für die numerische Simulation wurde die rotationssymmetrische Modellierung für den idealisierten Spannungs- und Dehnungszustand benutzt.

Entsprechend dem zeitlichen Ablauf eines Versuchs an der Großsiloanlage unterteilen sich die Arbeitsschritte einer FEM-Simulation ebenfalls in das Befüllen mit anschließendem Entleeren. Zwischen dem simultan erzeugten Initialspannungszustand des Befüllens und anschließender Entnahmeberechnung ist ein Schritt der Kriechberechnung zum Ausgleich dynamischer Setzungseinflüsse eingebettet. Der berechnete Initialspannungszustand dient als dynamische Randbedingung für eine Fluidsimulation mit steifen Wänden. Für die Wechselwirkung zwischen Schüttgut und Silowand gilt ein nichtlineares Wandreibungsgesetz [12]. Die für die FEM-Berechnungen benutzten elastischen Parameter sind in **Tabelle 2** zu-

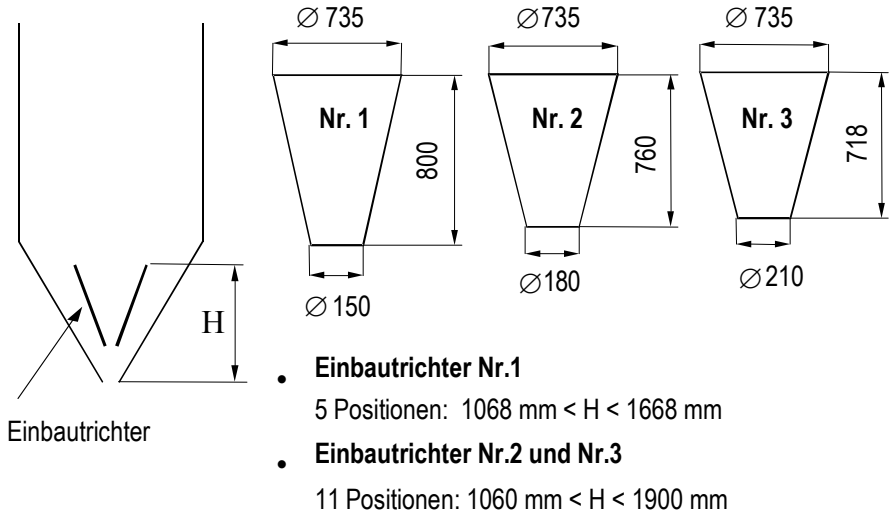


Bild 10: Geometrie der untersuchten Einbautrichter und ihre Anordnung im Silo

Tabelle 2: Materialparameter für FEM-Berechnungen

Materialparameter				
	Kompressionsmodul	K	384	kPa
	Schubmodul	G	95	kPa
	Schüttgutdichte	ρ	730	kg/m³
	Innerer Reibwinkel	ϕ_{iR}	27	°
Wandreibwinkel				
	Siloschaft	ϕ_{Schaft}	19	°
	Silotrichter	$\phi_{Trichter}$	15	°
	Einbautrichter	ϕ_{Einbau}	19	°
Viskosität				
	Kompressionsviskosität	κ	$9 \cdot 10^6$	Pa·s
	Scherviskosität	μ	10^6	Pa·s

sammenfassend wiedergegeben. Dabei wurden der Kompressionsmodul K in hydrostatischen Kompressionsversuchen, der Schubmodul G, die Schüttgutdichte ρund der innere Reibwinkel ϕ_{iR}in triaxialen Kompressionsversuchen und die Wandreibungswinkel ϕ_{Schaft}, $\phi_{Trichter}$ und ϕ_{Einbau} mit Hilfe des Ringschergerätes gewonnen.

Die für die Simulationen erforderlichen Werte der Viskositätsparameter wurden von Karlsson [4] übernommen. Im Teilschritt der Fluidberechnung repräsentieren die beiden Viskositätsparameter den dynamischen Anteil am elastoplastischen Materialgesetz für die Integration der Plastizität.

Kernflusssilo ohne Einbautrichter

Mit dem Geschwindigkeitsfeld stehen die primären Ergebnisse der Berechnung für das Auswerten des Schüttgut-Bewegungsverhaltens im Silo zur Verfügung. Auf Grundlage von Geschwindigkeitsprofilen mit ihren horizontalen und vertikalen Komponenten können nach [16] vier Fließzonen (**Tabelle 3**) identifiziert werden, um das Bewegungsverhalten des Schüttgutes qualitativ zu bewerten.

Für ein indirektes Vergleichen der Geschwindigkeitsprofile können die Resultate der Verweilzeiten herangezogen werden. Im Siloversuch bestand nur die Möglichkeit, die Verweilzeiten von Tracern für zwei Schüttgut-Ebenen elektronisch aufzuzeichnen. In den FEM-Berechnungen wurden die Positionen aller Partikel-Tracer auf ihren Stromlinien aufgezeichnet, um die Verweilzeiten für die zwei vergleichbaren Ebenen des Siloversuchs ausgeben zu können.

In **Bild 11** sind die berechneten Geschwindigkeitsprofile (Diagramm links oben), die schematische Darstellung der beiden Tracer-Ebenen im Siloversuch (Diagramm mittig oben) und die FEM-Partikel-Tracer in der Höhe der beiden experimentellen Ebenen dargestellt.

Das untere Diagramm in Bild 11 enthält die experimentellen und berechneten Verweilzeiten in Abhängigkeit der Traceposition über dem Schaftdurchmesser. Diese geben die Zeit des jeweiligen Tracers für seinen Weg von der Ausgangsposition im Silo bis zum Siloauslauf an. Die experimentellen Tracer der unteren Ebene sind mit *Ebene 1,x und Ebene 1,y* und die numerischen mit *FEM-Ebene 1* bezeichnet. Für die obere Tracer-Ebene gelten die Bezeichnungen: *Ebene 2,x* und *Ebene 2,y* sowie *FEM-Ebene 2*. Der zweite Index in der Bezeichnung der experimentellen Tracer weist auf die Orientierung der Tracer (Golfbälle) in ihrer Anordnung über dem Schaftdurchmesser hin (Bild 11 unten).

Die experimentell gemessenen Verweilzeiten zeigen für das Silo ohne Einbautrichter das erwartete Kernflussprofil. Die in der Siloachse angeordneten Gutzonen fließen zuerst aus. Ferner ist die Verweilzeit der unteren Ebene 1 größer als die der Ebene 2. Das bedeutet, dass das zuletzt eingelagerte Gut zuerst ausfließt. Dies ist für das Vermeiden von

Tabelle 3: Definition von Fließzonen in Bild 11 nach dem Geschwindigkeitsprofil nach Ruckenbrod [16]

Zone I	- Oberer Silobereich mit Massenfluss - Überwiegend vertikale Geschwindigkeitskomponenten
Zone II	- Klare Horizontalkomponenten zum Siloauslauf und zur Symmetrieachse - Verursacht Sekundärbewegung des Schüttguts
Zone III	- Starke Zunahme der Vertikalkomponente für die Primärbewegung - Beschleunigung des Schüttguts in Richtung des Siloauslaufs - Elliptische geformte Zone mit maximalen Vertikalgradienten
Zone IV	- Material befindet sich Ruhe und ist durch Bruchzone abgegrenzt - Trennung von Zone II durch starke Geschwindigkeitsgradienten

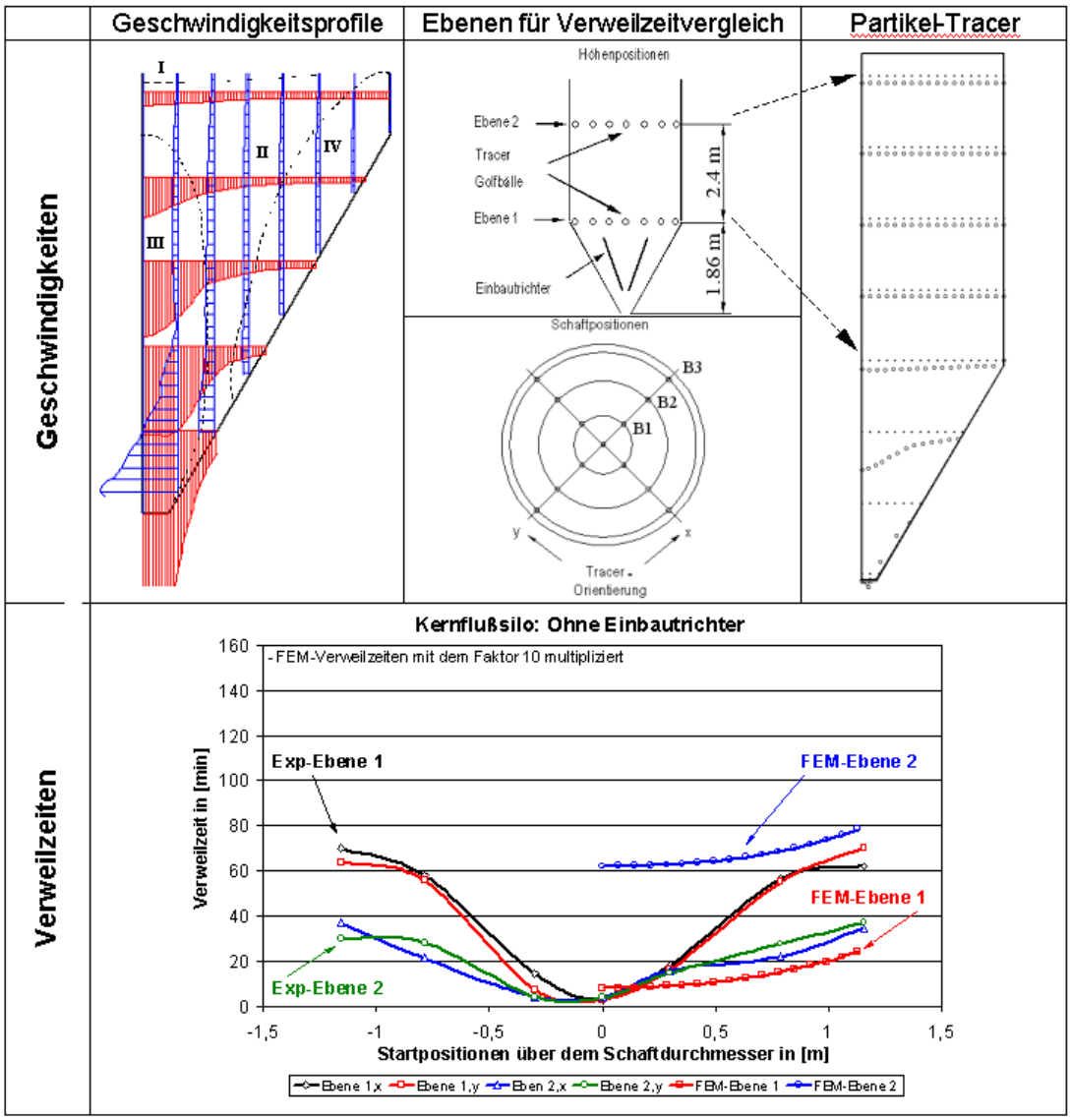


Bild 11: Berechnete Geschwindigkeitsprofile, vertikale und horizontale Komponenten, und Vergleich der Verweilzeiten für das Kernflusssilo ohne Trichtereinbau

Pilzen sehr ungünstig. Die berechneten Werte geben den experimentell gemessenen Verlauf in dieser Weise nicht wieder.

Kernflusssilo mit Einbautrichter

Die Wirkungen eines Einbautrichters sollen am Beispiel des Einbautrichters 2 erläutert werden.

Beim Vergleich zum Silo ohne Einbautrichter (Bild 11) zeigt jeweils das linke und das mittlere Diagramm der Geschwindigkeitsprofile (**Bild 12**) durch die Wirkung des Einbautrichters in den Höhenpositionen *H=1060* und *1380 mm* ein Aufheben der starken Gradienten in den Vertikalkomponenten an. Dies deutet auf Massenfluss hin. Aus den experimentellen Verweilzeiten geht für *H=1060 mm* noch ein geringer Kernfluss und für *H=1380 mm* eindeutig Massenfluss hervor. Bei *H=1900 mm* lag Kernfluss vor (Bild 12). Aus dem Geschwindigkeitsfeld bei optimaler Einbauhöhe geht hervor, dass die verminderten Geschwindigkeitsgradienten auf Massenfluss mit wesentlich geringeren Entmischungstendenzen hindeuten.

In der Höhenposition *H=1060 mm* spiegeln sich die leicht erhöhten vertikalen Geschwindigkeitskomponenten im Bereich des unteren Einbautrichters auch in den FEM-Tracer-Bewegungen wieder. Für den Schaftbereich zeigen die Partikel-Tracer ein gleichmäßiges Absenken über dem gesamten Siloradius an. Mit Übergang zum Silotrichter beschleunigen die Partikel im Bereich der Symmetrieachse deutlich stärker und markieren entlang der Trichterwand eine Verzögerung im Bewegungsverhalten (Bild 12)

Die experimentellen Verweilzeiten zeigen für die *Ebene* 1_y Kernflussverhalten. Der qualitative Vergleich zur Berechnung weist in den geringen Gradienten eine relativ gute Übereinstimmung auf. Die skalierten Entnahmezeiten der Berechnung stimmen nur für die untere Schüttgutebene überein.

Die berechneten FEM-Verweilzeiten für *H=1380 mm* zeigen in den Partikel-Bewegungen geringste Gradienten im Geschwindigkeitsfeld und in den Verweilzeiten. Die Partikel-Bewegungen weisen in der dargestellten Zeitspanne ein gleichmäßiges Absenken im Siloschaft und nur geringe Beschleunigungs- und Verzögerungseinflüsse im Bereich des Einbautrichters aus.

Die berechneten Verweilzeiten verdeutlichen ein gleichmäßiges Bewegungsverhalten der Partikel-Tracer für den zentralen und den äußeren Bereich. Im unmittelbaren Einflussbereich der Einbautrichter-Öffnung treten Verzögerungen auf, die im Experiment nicht so deutlich hervortreten. Geringe Beschleunigungen im Bereich zwischen der Außenwand des Einbautrichters und der

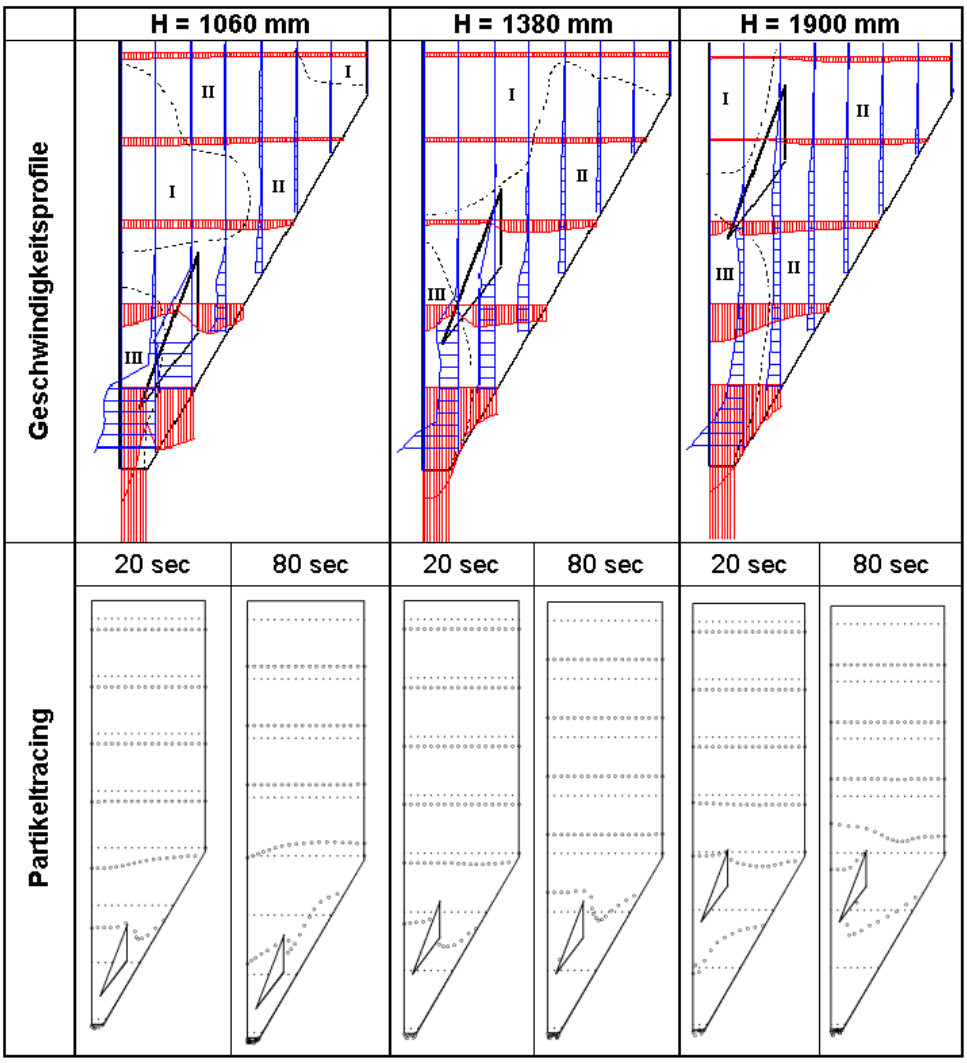


Bild 12: Berechnete Geschwindigkeitsprofile und Bewegung der Partikel-Tracer für verschiedene Höhen des eingebauten Trichters

Silowand verursachen in diesem Bereich ein geringfügig schnelleres Ausfließen. Für diesen Zwischenbereich liefern Experiment und Berechnung identische Verteilungen. Für die obere FEM-Ebene geben die berechneten Werte nicht die kürzeren Entnahmezeiten des Experiments wieder.

Die oberste Höhenposition *H=1900 mm* veranschaulicht, dass die Anordnung des Einbautrichters nicht optimal ist. Im Bereich des Siloschafts zeigen die Tracer bereits Verzögerungen in ihrer Abwärtsbewegung auf. Dieser Trend verstärkt sich besonders für den Bereich oberhalb der Einbautrichter-Öffnung.

Die Experimente mit den Golfball-Tracern zeigen für die Höhenpositionen *H=1110 mm* bis *H=1550 mm* einen Massenfluss. In der untersten Höhenposition *H=1060 mm* und für *H=1630 mm* bis *H=1900 mm* ist in den Experimenten Kernfluss vorhanden.

Zusammenfassung

Für die Berechnungen wurde ein Programm benutzt, das in seiner Ausgangsversion die konstitutiven Gleichungen eines ideal-plastischen Materialgesetzes enthält und das die komplette Siloentleerung mit der Betrachtung des Kraftfutters als Fluid berechnet. Für die Entleerungssimulationen eines mit Weizenschrot befüllten Silos berücksichtigen die in dieser Arbeit implementierten Erweiterungen im Materialgesetz die kompressiblen Eigenschaften dieses Schüttgutes Kraftfutter.

Auf Grundlage von hydrostatischen und konventionellen triaxialen Kompressionsversuchen wurden plastische Materialparameter für ein Materialgesetz mit geschlossener Fließfläche kalibriert. Diese geschlossene Fließfläche setzt sich aus der Fließbedingung nach DRUCKER-PRAGER und aus einer Fließkappe zusammen. Für DRUCKER-PRAGER gilt eine nicht-assoziierte und für die Fließkappe eine assoziierte Fließregel.

Mit Hilfe der Großsiloversuche wurde an Hand von Verweilzeiten gemessen, bei welchen Trichtergeometrien und Einbaupositionen aus dem ursprünglichen Kernfluss Massenfluss erzielt wird.

Der Vergleich zwischen Experiment und der numerischen Simulation zeigt eine gute qualitative Annäherung der FEM-Ergebnisse bei der Bewertung der Geschwindigkeitsverteilung im Silo.

Literatur

[1] *Jenike, A. W.:* Storage and Flow of Solids. Bull. 123, Utah University.

[2] *Scholz, V.:* Untersuchungen zur Anordnung starrer koaxialer Einbauten in Schüttgutbehältern. Dissertation Univ. Rostock, 1988.

[3] *Johanson, J. R.:* Controlling Flow Patterns in Bins by Use of an Insert, bulk solids handling 2 (1982) 3, S. 495-498.

[4] *Karlsson, T.:* Finite Element Simulation of Flow in Granular Materials; Department of Civil and Mining Engineering,

Division of Structural Mechanics, Luleå University of Technology, Sweden (1996)

[5] *Klisinski, M. und T. Inger, T.:* Finite Element Simulations of Flow in Silos with Arbitrary Geometry, Proceedings at the International Symposium Reliable Flow of Particulate Solids III (RELPOWFLO III), 11.-13. August 1999, Porsgrunn, Norway (1999)

[6] *Simo, J. C. und R. L. Taylor:* Consistent Tangent Operators for Rate-Independent Elastoplasticity, Computational Methods in Applied Mathematics, Vol. 48, pp. 101-118 (1985)

[7] *Klisinski, M., Mróz, Z. und K. Runesson:* Structure of constitutive equations in plasticity for different choices of state and control variables, pp. 221-243, International Journal of Plasticity, Vol. 8 (1992)

[8] *Runesson, K. und A. Samuelsson:* Aspects on Numerical Techniques in Small Deformation Plasticity. NUMETA 85, Numerical Methods in Engineering: Theory and Applications, Eds. Middleston et. al., AA Balkema, Rotterdam, pp. 337-348 (1985)

[9] *Bathe, K. L.:* Finite-Elemente-Methoden, Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York - London - Paris - Tokyo - Hong Kong (1999)

[10] *Klisinski, M. und Z. Mróz:* Description of Inelastic Deformation and Degradation of Concrete, pp. 391-416, International Journal of Solids and Structures, Vol. 24 (1988)

[11] *Ragneau, E. und J. M. Aribert:* Silo Pressure Calculation: From a Finite Element Approach to Simplified Analytical Solutions, bulk Solids handling, Volume 15, Number 1 January/March (1995), p. 71-84

[12] *Runesson, K., Klisinski, M. und R. Larsson:* Formulation and Implementation for Frictional Contact, pp. 3-14, Engineering Computation, 10 (1993)

[13] *Smith, D.L. und R. A. Lohnes:* Frictional Properties and Stress-Strain Relationships for Use in the Finite Element Analysis of Grain Silos, S. 4-10, Journal of Powder + Bulk Solids Technology, 6 (1982)

[14] *Schwarz, H.R.:* Methode der finiten Elemente, Teubner Studienbücher Mathematik, Stuttgart (1991)

[15] *Schuricht, Th.:* Analysen des Fließverhaltens von Schüttgut in einem Kernflusssilo mit Einbautrichter. Dissertation, TU Braunschweig 2004

[16] *Ruckenbrod, C.:* Statische und dynamische Phänomene bei der Entleerung von Silozellen, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, Heft 26, Dissertation (1995)

[17] *Huth, H.V.:* Zusammenstellung von Grundlagen und Konzepten von Spannungs-Verformungs-Beziehungen für Ackerböden sowie Beschreibung von Methoden zur Parameterbestimmung in Stoffgesetzen, Teil 1, Teil 2, Teil 3, Universität Rostock (1990)

[18] *Fürll, Ch., Hjortaas, T. und G. Enstad:* Massenfluss in Kraftfuttersilos. LANDTECHNIK 52(1997) H.6, S. 310-311

Autoren

Dr.-Ing. Thomas Schuricht
Project Engineer; Offshore Structures; R&D
Warnow Design GmbH
Warnowufer 54
D-18057 Rostock
Tel.: 0381 2528 168
Fax: 0381 2528 25
Thomas.Schuricht@WarnowDesign.de
www.warnowdesign.de

Prof. Dr. Christian Fürll
Institut für Agrartechnik Bornim e. V.
Abteilung Technik der Aufbereitung, Lagerung und Konservierung
Max-Eyth-Allee 100
14469 Potsdam
Tel.: +49/(0)331-5699/310
Fax: +49/(0)331-5699/849
E-Mail: cfuerll@atb-potsdam.de
www.atb-potsdam.de